

ОТЗЫВ
официального оппонента
на диссертационную работу Струковой Ирины Игоревны
"Гармонический анализ
периодических на бесконечности функций",
представленную на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный,
комплексный и функциональный анализ

Хорошо известна роль периодических функций в математике и ее приложениях. При решении ряда разностных и дифференциальных уравнений возникают функции, которые не являются периодическими, однако обладают аналогами многих свойств периодических функций при неограниченном возрастании аргумента. В диссертации эти функции объединены в один класс и названы периодическими на бесконечности. Таким образом, в диссертации изучается новый класс функций. Здесь в первую очередь возникает необходимость переноса классических результатов гармонического анализа, установленных для периодических функций, на исследуемый класс функций. Это означает, что для функций, периодических на бесконечности, необходимо создать теорию рядов Фурье, получить критерии сходимости рядов Фурье, доказать аналог теоремы Винера об абсолютно сходящихся рядах, дать описание спектра алгебры периодических на бесконечности функций, установить критерии периодичности на бесконечности ограниченных решений разностных и дифференциальных уравнений и решить некоторые другие проблемы.

Из изложенного выше следует, что важность и актуальность вопросов, рассматриваемых в диссертации, не вызывает никаких сомнений. Задачи, поставленные в диссертации, достаточно сложны, и их решение потребовало преодоления целого ряда значительных математических трудностей.

Диссертация состоит из введения, пяти глав и списка литературы. Во введении обосновывается актуальность поставленной задачи и дается подробный обзор диссертации.

В первой главе приводятся используемые в диссертации известные понятия и результаты из теории топологических групп, банаховых модулей, банаховых алгебр и представлений групп.

Во второй главе дается определение периодической на бесконечности функции, определенной на одном из интервалов $[0, \infty)$ или $(-\infty, \infty)$ и принимающей значения в банаховом пространстве. Для такой функции вводится понятие канонического и обобщенного рядов Фурье. Коэффициенты канонического ряда Фурье вычисляются по классическим формулам

и являются медленно меняющимися на бесконечности функциями. Коэффициенты обобщенного ряда Фурье отличаются от соответствующих канонических коэффициентов на функции, убывающие на бесконечности. Для введенных рядов получен ряд классических результатов о рядах Фурье, доказано достаточное условие сходимости. Кроме того, установлены аналог теоремы Винера об абсолютно сходящихся рядах Фурье и критерий представимости периодической на бесконечности функции в виде суммы периодической и убывающей на бесконечности функций.

В третьей главе рассматриваются разностные и дифференциальные уравнения с операторными коэффициентами и устанавливаются достаточные условия на коэффициенты или на соответствующую полугруппу, при которых ограниченные решения являются периодическими на бесконечности функциями.

В четвертой главе изучаются алгебры C_b , $C_{sl,\infty}$, $C_{\omega,\infty}$ соответственно непрерывных и ограниченных функций, медленно меняющихся на бесконечности функций, периодических на бесконечности функций (ω – период). Эти функции определены на $[0, \infty)$ и принимают значения в \mathbb{R} или в \mathbb{C} . На алгебрах C_b , $C_{sl,\infty}$, $C_{\omega,\infty}$ в качестве изометрического представления берется стандартная полугруппа сдвигов и рассматриваются банаховы пределы относительно этого представления. В терминах этих банаховых пределов описываются спектры алгебр медленно меняющихся и периодических на бесконечности функций.

В пятой главе дается определение периодических на бесконечности функций, заданных на \mathbb{R}^N и принимающих значения в банаховом пространстве. Для этих функций получены результаты, аналогичные соответствующим результатам из второй главы.

Все утверждения диссертации сопровождаются полными и подробными доказательствами. Все необходимые сведения, используемые в диссертации, сопровождаются ссылками на соответствующие источники, причем большая часть этих сведений приведена в самой диссертации. Таким образом, все утверждения диссертации являются полностью обоснованными и достоверными.

Все утверждения диссертации, выносимые на защиту, являются новыми. Перечислим их еще раз. Дано определение периодических на бесконечности функций, введены и изучены свойства канонического и обобщенного рядов Фурье для этих функций, доказан аналог теоремы Винера об абсолютно сходящихся рядах. Описаны спектры алгебр медленно меняющихся и периодических на бесконечности функций. Получен критерий представимости периодической на бесконечности функции в виде

суммы периодической и убывающей на бесконечности функций. Установлены условия периодичности на бесконечности решений некоторых классов разностных и дифференциальных уравнений.

Диссертация выполнена на высоком научном уровне. Нет сомнений в том, что ее результаты будут использованы математиками, проводящими свои исследования в области гармонического анализа. Эти результаты могут также найти применение в прикладных работах для построения математических моделей, использующих ряды Фурье.

Основные результаты диссертации своевременно опубликованы в двадцати работах, причем четыре статьи опубликованы в журналах из перечня рецензируемых научных изданий, рекомендованных ВАК. Кроме того, результаты диссертации неоднократно докладывались на различных конференциях, в том числе, имеющих международный статус.

Автореферат диссертации достаточно полно и правильно отражает ее содержание. Диссертация соответствует паспорту специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Язык и стиль изложения диссертации ясный, четкий, понятный.

Отметим некоторые замечания и пожелания по материалам диссертации.

1. В определении 2.5 (стр.36) дается определение сходимости ряда относительно подпространства. На мой взгляд, после этого определения следовало бы отметить, как связана сходимость относительно подпространства со сходимостью по соответствующей фактор-норме.

2. В теоремах 2.3 (стр.36) и 5.2 (стр.75) пишется об эквивалентности функций. На мой взгляд, следовало бы уточнить, о каком конкретно отношении эквивалентности упоминается в этих теоремах.

3. В определении 4.2 (стр.59) с помощью изометрического представления T вводится понятие банахова предела на алгебре \mathcal{U} . Множество банаховых пределов обозначено $\mathcal{BL}(\mathcal{U})$. На мой взгляд, следовало бы отметить, зависит ли это множество от выбора изометрического представления T .

4. В теореме 3.2 (стр.53) рассматривается разностное уравнение с операторным коэффициентом и получено условие (налагаемое на спектр операторного коэффициента), при котором каждое равномерно непрерывное, ограниченное решение этого уравнения является периодической на бесконечности функцией. На мой взгляд, было бы интересно выяснить, справедливо ли утверждение, обратное этой теореме.

Перечисленные выше замечания и пожелания не снижают научной ценности диссертации.

Таким образом, диссертационная работа Струковой Ирины Игоревны "Гармонический анализ периодических на бесконечности функций" является законченной научно-квалификационной работой, содержащей решение задач, имеющих существенное значение для функционального анализа. Работа И.И. Струковой удовлетворяет всем требованиям п. 9 "Положения о порядке присуждения ученых степеней", утвержденного Постановлением Правительства РФ, которые предъявляются к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук. Автор, Струкова Ирина Игоревна, несомненно заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Профессор кафедры "Математика и моделирование" Саратовского государственного технического университета имени Гагарина Ю.А., доктор физико-математических наук, доцент

В.М. Брук

29.11.2014

Брук Владислав Моисеевич

Адрес: 410054, Саратов, Политехническая, 77

Телефон: (8452)998764

E-mail: vladislavbruk@mail.ru

Подпись В.М. Брука заверяю
Ученый секретарь Ученого Совета СГТУ имени Гагарина Ю.А.,
профессор

П.Ю. Бочкарев

